

ALMOST GORENSTEIN REES ALGEBRAS

K.YOSHIDA, S. GOTO, N. TANIGUCHI AND N. MATSUOKA
(吉田健一・後藤四郎・谷口直樹・松岡直之)

ABSTRACT. Let A be a Cohen-Macaulay local ring, and let $I \subset A$ be an \mathfrak{m} -primary ideal. Let $\mathcal{R} = R(I)$ be the Rees algebra of I and \mathfrak{M} the unique graded maximal ideal of \mathcal{R} . We ask the following question: When is the Rees algebra \mathcal{R} (resp. $\mathcal{R}_{\mathfrak{M}}$) an almost Gorenstein graded ring (resp. local ring)?

We give several answers to the questions as above in the case of parameter ideals, p_g -ideals, and socle ideals.

Key Words: Commutative Algebra, almost Gorenstein local/graded ring, Rees algebra

2000 Mathematics Subject Classification: Primary 13A30; Secondary 13H10, 13H15.

1. INTRODUCTION

この講演を通して、 A は可換ネーター局所環とし、 \mathfrak{m} をその極大イデアルとする。有限生成 A -加群 M に対して、 $\ell_A(M)$, $\mu_A(M)$, $\dim_A M$ はそれぞれ M の長さ (**the length**), 極小生成系の個数 (**the minimal number of generators**), 次元 (**dimension**) を表す。 \mathfrak{m} -準素イデアル I に対して、

$$e_I(M) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\dim M)!}{n^{\dim M}} \cdot \ell_A(M/I^{n+1}M)$$

とおき、 M の I に関する重複度 (**multiplicity**) と言う。

可換環における基本的なクラスを思いだしておこう。 $\text{emb}(A) := \mu_A(\mathfrak{m})$ を A の埋入次元と言う。このとき、一般に $\mu_A(\mathfrak{m}) \geq \dim A$ が成り立つが、等号が成立するとき、 A は正則局所環であるという。

パラメーターイデアル Q に対して、 $e_Q^0(A) \leq \ell_A(A/Q)$ が成り立つが、等号が成立するとき、 A は Cohen-Macaulay 環であるという。同様に、Cohen-Macaulay A -加群も定義される。

K_A を A の標準加群 (**canonical module**) とするとき、 A が Cohen-Macaulay 環で、 A -加群として $A \cong K_A$ であるとき、 A は Gorenstein 環であるという。 A が Cohen-Macaulay 局所環のとき、Gorenstein 環の準同型像であることと、標準加群を持つこととは同値であることが知られている。

本講演のタイトルにもある almost Gorenstein 性の概念を局所環、次数付き環それぞれの場合に対して定義する。

The detailed version of this paper will be submitted for publication elsewhere.

Definition 1 (Almost Gorenstein local ring [5]). A を標準加群 K_A を持つ Cohen-Macaulay 局所環とする. 短完全列

$$0 \rightarrow A \xrightarrow{\varphi} K_A \rightarrow C \rightarrow 0 \quad (\text{ただし, } \mu_A(C) = e_m^0(C))$$

が存在するとき, A は **almost Gorenstein 局所環 (local ring)** であると言う.

上の定義において, $C = 0$ とした場合が Gorenstein 環である. 従って, Gorenstein 環は常に almost Gorenstein 環である.

また, 上の定義において $C \neq 0$ であるとき, C は $(d-1)$ -次元の **Ulrich A -加群**, すなわち, $\mu_A(C) = e_m^0(C)$ をみたす Cohen-Macaulay A -加群である ([5, Lemma 3.1]). ここで, $d = \dim A$ である.

$R = \bigoplus_{n \geq 0} R_n$ を $R_0 = A$ 上の次数付き環とし, そのただ一つの斉次極大イデアルを $\mathfrak{M} = \mathfrak{m}R + R_+$ とする. $a = a(R) = -\min\{n \in \mathbb{Z} \mid [K_R]_n \neq 0\}$ を R の a -invariant と言う. また, 次数付き R -加群 M と $k \in \mathbb{Z}$ に対して, $M(k)$ は R -加群としては M と一致し, 次数を $[M(k)]_n = M_{k+n}$ と定めた次数付き R 加群を表す.

Definition 2 (Almost Gorenstein graded ring [5]). $R = \bigoplus_{n \geq 0} R_n$ を標準加群 K_R を持つ Cohen-Macaulay 次数付き環とする. もし, 短完全列

$$0 \rightarrow R \xrightarrow{\varphi} K_R(-a) \rightarrow C \rightarrow 0 \quad (\text{ただし, } \mu_{R_{\mathfrak{M}}}(C_{\mathfrak{M}}) = e_{\mathfrak{M}R_{\mathfrak{M}}}^0(C_{\mathfrak{M}}))$$

が存在するならば, A は **almost Gorenstein 次数付き環 (graded ring)** であると言う.

上の状況において, 次数付き環 R に対して, $(K_R)_{\mathfrak{M}} \cong K_{R_{\mathfrak{M}}}$ であることに注意すると, 次の主張が成り立つ.

Proposition 3. R が almost Gorenstein 次数付き環であるならば, $R_{\mathfrak{M}}$ は almost Gorenstein 局所環である.

同様の主張は, Cohen-Macaulay 性, Gorenstein 性についても言える. これらの性質については逆が正しいにも関わらず, almost Gorenstein 性については逆は成り立たない.

Almost Gorenstein 局所/次数付き環の例をあげておこう. $\dim A = 0$ (すなわち, A がアルチン環) のとき, A が almost Gorenstein 局所環であることと, A が Gorenstein 環であることは同値である ([5, Lemma 3.1]).

$\dim A = 1$ の例として, 数値的半群 H に付随する数値的半群環

$$K[[H]] = \{t^h \mid h \in H\} (\subset K[[t]])$$

を考えると, H が概対称性 (almost symmetric) であることと, $K[[H]]$ が almost Gorenstein 局所環であることは同値である ([1], [3]). 例えば, $H = \langle 3, a, b \rangle$ ($3 < a < b$, $\gcd(3, a, b) = 1$) を考えると, $a < b \leq 2a - 3$ であり, H が概対称性を持つことと, $b = 2a - 3$ であることは同値である.

2次元以下の Cohen-Macaulay 局所環が, Cohen-Macaulay 有限表現型を持つならば, almost Gorenstein 性を持つ (cf. [5, Section 12]). 高次元の場合でも今までに知られている Cohen-Macaulay 有限表現型を持つ Cohen-Macaulay 局所環はすべて almost Gorenstein であることが確認されているが, 概念的な証明は知られていない.

2次元有理特異点を持つ局所環は almost Gorenstein である ([5, Section 11]). 有理特異点と almost Gorenstein 性との関係は興味深い.

一方, 高次元の almost Gorenstein 性の研究は発展途上であり, 東谷氏による斉次代数, 特に日比環に関する研究成果と, Stanley-Reisner 環に関する村井氏・松岡氏の共同研究の成果以外はあまり知られていないようである.

次の結果は, almost Gorenstein 局所環から almost Gorenstein 次数付き環を構成する方法として有用である.

Theorem 4 ([5, Theorem 11.1]). A を $\text{emb}(A) = e_m^0(A) + \dim A - 1$ をみたす almost Gorenstein 局所環とすると,

$$G = \text{gr}_m(A) = \bigoplus_{n \geq 0} \mathfrak{m}^n / \mathfrak{m}^{n+1}$$

は almost Gorenstein 次数付き環である.

本講演における問題を明示するために, Rees 環の定義を思い出しておこう.

Definition 5. $(0) \neq I \subset A$ をネーター局所整域のイデアルとする. 次数付き環

$$\mathcal{R} = R(I) = \sum_{n \geq 0} I^n t^n \subset A[t]$$

をイデアル I の Rees 代数と言う.

$\mathcal{R} = R(I)$ に対して,

$$\dim \mathcal{R} = d + 1, \quad a(\mathcal{R}) = -1$$

が成り立つ.

本講演における主問題をあげておこう.

Question. A を Cohen-Macaulay 局所整域とし, $I \subset A$ をイデアルとする. $\mathcal{R} = R(I)$ を I の Rees 代数, $\mathfrak{M} = \mathfrak{m}\mathcal{R} + \mathcal{R}_+$ を \mathcal{R} の斉次極大イデアルとする. このとき,

- (1) いつ \mathcal{R} は almost Gorenstein 次数付き環か?
- (2) いつ $\mathcal{R}_{\mathfrak{M}}$ は almost Gorenstein 局所環か?

2. PARAMETER IDEALS

この節を通して, (A, \mathfrak{m}) を d -次元の Cohen-Macaulay 局所環とする. $A/(a_1, \dots, a_d)$ の長さが有限であるとき, A の元の列 a_1, a_2, \dots, a_d を A の **s.o.p.**(パラメータ系) と言う. また, $0 \leq r \leq d$ に対して, a_1, a_2, \dots, a_r が A の s.o.p. の一部であるとき, **s.s.o.p.** であると言う. 次の結果は良く知られている.

Lemma 6. A の s.s.o.p. a_1, a_2, \dots, a_r に対して, $Q = (a_1, \dots, a_r)A$ とおく. $r \geq 2$ のとき,

- (1) $\mathcal{R}(Q)$ は Cohen-Macaulay である.
- (2) $\mathcal{R}(Q)$ が Gorenstein であるのは, A が Gorenstein で, $r = 2$ の場合に限る ([4]).

最初に, $r = 2$ の場合の結果を述べておこう. この場合は, 非常にシンプルな結果である.

Proposition 7 ([6]). $Q = (a_1, a_2)$ を s.s.o.p. で生成されたイデアルとすると, 次の条件は同値である:

- (1) A は Gorenstein である.

- (2) $\mathcal{R}(Q)$ は Gorenstein である.
- (3) $\mathcal{R}(Q)_{\mathfrak{m}}$ は almost Gorenstein 局所環である.
- (4) $\mathcal{R}(Q)$ は almost Gorenstein 次数付き環である.

上の状況において, $\mathcal{R}(Q) \cong A[T_1, T_2]/(a_2T_1 - a_1T_2)$ が成り立つ.

次の定理は高次元の almost Gorenstein 局所環/次数付き環の例を提供する. A の Gorenstein 性をはずした場合の結果はまだ知られていない.

Theorem 8 ([6]). A は Gorenstein 局所環と仮定する. $Q = (a_1, \dots, a_r)$ を s.s.o.p. で生成されたイデアルとする. $r \geq 3$ のとき, 次の条件は同値である:

- (1) $\mathcal{R}(Q)_{\mathfrak{m}}$ は almost Gorenstein 局所環である.
- (2) A は正則局所環である.

Theorem 9 ([6]). A は Gorenstein 局所環と仮定する. $Q = (a_1, \dots, a_r)$ を s.s.o.p. で生成されたイデアルとする. $r \geq 3$ のとき, 次は同値である:

- (1) $\mathcal{R}(Q)$ は almost Gorenstein 次数付き環である.
- (2) A は正則局所環であり, a_1, \dots, a_r は正則パラメーター系の一部である.

Example 10. A を正則局所環とし, $d = \dim A \geq 3$ とする. $Q = (a_1, \dots, a_d) \neq \mathfrak{m}$ をパラメーターイデアルとするとき,

- (1) $\mathcal{R}(Q)_{\mathfrak{m}}$ は almost Gorenstein 局所環である.
- (2) $\mathcal{R}(Q)$ は almost Gorenstein 次数付き環である.

特に, $A = K[x_1, x_2, x_3]$, $Q = (x_1, x_2, x_3^k)$ ($k \geq 2$) のとき,

$$\mathcal{R}(Q) \cong K[x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3]/I_2 \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3^k \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{pmatrix}$$

は(局所化すると) almost Gorenstein 正規局所整域であるが^s, almost Gorenstein 次数付き環ではない.

定理の証明の鍵は, Eagon-Northcott 複体である. 実際, それにより Rees 代数の標準加群が表現されることが重要である. $Q = (a_1, \dots, a_r)A$ を Gorenstein 局所環 A の中で s.s.o.p. で生成されたイデアルとする.

$\Psi: S = R[X_1, \dots, X_r] \rightarrow \mathcal{R} := \mathcal{R}(Q)$ を環準同型とすると, $\ker \Psi = I_2(\mathbb{A})$ と書くことができる. ただし,

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} X_1 & X_2 & \cdots & X_r \\ a_1 & a_2 & \cdots & a_r \end{pmatrix}$$

とする. このとき, \mathbb{A} に付随する Eagon-Northcott 複体を

$$\mathcal{C}_\bullet: 0 \rightarrow C_r \rightarrow C_{r-1} \rightarrow \cdots \rightarrow C_0 = S$$

とすると, これは R の S 上の次数付き極小自由分解を与える. $S(-r)$ -双対を取ると, $K_{\mathcal{R}}$ の次のような表現が得られる:

$$\bigoplus_{i=1}^{r-2} S(-(i+1))^{\oplus r} \rightarrow \bigoplus_{i=1}^{r-1} S(-i) \rightarrow K_{\mathcal{R}} \rightarrow 0 \quad (ex).$$

3. p_g -IDEALS

この節を通して, A は 2次元の excellent 正規局所整域とする. 特異点解消 $f: X \rightarrow \text{Spec}A$ を持つと仮定する. $p_g(A) = \ell_A(H^1(X, \mathcal{O}_X))$ を A の幾何種数 (**the geometric genus**) と言う.

Lemma 11. 上記の A に対して, 任意の \mathfrak{m} -準素整閉イデアル I はある特異点解消 $X' \rightarrow \text{Spec}A$ とその上のアンチネフサイクル Z を用いて, $I = I_Z := H^0(X', \mathcal{O}_{X'}(-Z))$, かつ $I\mathcal{O}_{X'} = \mathcal{O}_{X'}(-Z)$ と書くことができる.

Theorem 12 ([9]). 上記の A に対して, $\mathcal{O}_X(-Z)$ が固定成分を持たないと仮定するとき, 不等式

$$\ell_A(H^1(X, \mathcal{O}_X(-Z))) \leq p_g(A).$$

が成り立つ. 等号が成立するとき, $\mathcal{O}_X(-Z)$ は大域切断で生成される.

また, 上の定理において等号が成立する条件は特異点解消の取り方にはよらない. そこで, 次の概念が定義される

Definition 13 ([9]). 上記の A に対して, $I = I_Z$ が p_g -イデアル (p_g -ideal) であるとは, 上の等号が成立すること, すなわち, $\ell_A(H^1(X, \mathcal{O}_X(-Z))) = p_g(A)$ が成立することと定める.

Remark 14 ([9]). 任意の 2次元 excellent 正規局所整域は p_g -イデアルを持つ.

Theorem 15 ([10]). A を 2次元の excellent 正規局所整域とする. \mathfrak{m} -準素イデアル $I \subset A$ に対して, 次は同値である:

- (1) I は p_g -イデアルである.
- (2) あるパラメーターイデアル $Q \subset I$ に対して, $I^2 = QI$ が成立し, 各 $n \geq 1$ に対して I^n は整閉である.
- (3) $\mathcal{R}(I)$ は Cohen-Macaulay 整閉整域である.

Proposition 16 ([9]). 定理の A に対して, I, J は p_g -イデアルとする. このとき, $a \in I, b \in J$ が存在して, $IJ = aJ + bI$ が成立する. 特に, *multi-Rees* 代数 $\mathcal{R}(I, J) = A[It_1, Jt_2]$ も Cohen-Macaulay 整閉整域である.

次の結果が本節の主結果である.

Theorem 17 ([7]). A は 2次元の Gorenstein excellent 正規局所整域とし, $I \subset A$ を p_g -イデアルとする. このとき, $\mathcal{R}(I)$ は almost Gorenstein 次数付き環である.

$p_g(A) = 0$ のとき, A は有理特異点 (**rational singularity**) であると言う. p_g -イデアルの概念は, 有理特異点の整閉イデアルの概念を拡張したものに他ならない.

Proposition 18 (cf. Lipman). A が 2次元有理特異点ならば, 任意の \mathfrak{m} -準素整閉イデアルは p_g -イデアルである.

次において, Gorenstein 性を外せるかどうかは未解決である.

Corollary 19. A が 2次元 Gorenstein 有理特異点ならば, 任意の \mathfrak{m} -準素整閉イデアルに対して, $\mathcal{R}(I)$ は正規 almost Gorenstein 次数付き環である.

Example 20. A を 2次元正則局所環とすると, 任意の \mathfrak{m} -準素整閉イデアル I に対して, $\mathcal{R}(I)$ は正規 almost Gorenstein 次数付き環である.

Example 21. $p \geq 1$ を整数とする.

- (1) $A = k[[x, y, z]]/(x^2 + y^3 + z^{6p+1})$ とおくと, 各 $k = 1, 2, \dots, 3p$ に対して, $I_k = (x, y, z^k)$ は p_g -イデアルである.
- (2) $A = k[[x, y, z]]/(x^2 + y^4 + z^{4p+1})$ とおくと, 各 $k = 2, \dots, 2p$ に対して, $I_k = (x, y, z^k)$ は p_g -イデアルであるが, $I_1 = \mathfrak{m}$ は p_g -イデアルではない.

どちらの場合も $p_g(A) = p$ である.

定理の証明のスケッチを述べておこう. I を p_g -イデアルと仮定しよう. このとき, $J = Q: I$ も p_g -イデアルである ([11]). さらに, \mathfrak{m} は整閉イデアルだから, $f \in \mathfrak{m}, g \in I$ と $h \in J$ を

$$IJ = gJ + Ih, \quad \mathfrak{m}J = fJ + \mathfrak{m}h$$

をみたすように取れる ([13]). これより, $\mathfrak{M} \cdot J\mathcal{R} \subset (f, g)J\mathcal{R} + \mathcal{R}h$ を導くことができる. 他方, $K_{\mathcal{R}}(1) = J\mathcal{R}$, 及び $a(\mathcal{R}) = -1$ なので, $\varphi(1) = h$ として定めるとき,

$$\mathcal{R} \xrightarrow{\varphi} J\mathcal{R} \rightarrow C \rightarrow 0 \text{ (ex)}$$

を得る. $\dim C_{\mathcal{M}} \leq 2 < \dim \mathcal{R}$ ゆえ, φ は単射であり ([5, Lemma 3.1]), 求める完全列を得る.

4. SOCLE IDEALS

この節を通じて, (A, \mathfrak{m}) を d 次元の正則局所環とする. Q を A のパラメーターイデアルとし, $I = Q: \mathfrak{m}$ とおく. このようなイデアルはソークルイデアル (socle ideal) と呼ばれる.

Lemma 22 ([14]). $I = Q: \mathfrak{m} \subset A$ をソークルイデアルとする. もし, $d \geq 3$ であるか, もしくは, $d = 2$ で $Q \subset \mathfrak{m}^2$ ならば, $I^2 = QI$ が成り立つ. 特に, $\mathcal{R}(I)$ は *Cohen-Macaulay* 整域である.

ソークルイデアル I の Rees 代数はほとんど almost Gorenstein 局所環にならないことを例をあげて主張しておこう (*講演終了後に, 詳細な結果が得られた).

A を 2 次元の正則局所環で, $\mathfrak{m} = (x, y)$ とする. A のパラメーターイデアル $Q = (a, b)$ に対して, $I = Q: \mathfrak{m}$ とおく. $Q \subset \mathfrak{m}^2$ と仮定すると, Wang の定理より, $I^2 = QI$ を得る. また, $\mu(I) = 3$ であるから, $I = (a, b, c)$ と書くことができる. このとき, $xc, yc \in Q$ だから, 次の 2 つの等式

$$f_1a + f_2b + xc = 0, \quad g_1a + g_2b + yc = 0.$$

を得る.

Theorem 23 ([8]). $(f_1, f_2, g_1, g_2) \subset \mathfrak{m}^2$ (e.g. $Q \subset \mathfrak{m}^3$) ならば, $\mathcal{R}_{\mathfrak{m}}$ は almost Gorenstein 局所環ではない.

高次元の場合は, 次数付き環に限定しているが, やはり almost Gorenstein にはなりにくいことを示すことができる.

Theorem 24 ([6]). A は正則局所環で, $d = \dim A \geq 3$ とする. Q をパラメーターイデアルで, $Q \neq \mathfrak{m}$ なるものとする. ソークルイデアル $I = Q: \mathfrak{m}$ に対して, 次は同値である:

- (1) $\mathcal{R}(I)$ は almost Gorenstein 次数付き環である.

(2) I はどちらかの条件を満たす:

(a) $I = \mathfrak{m}$.

(b) $d = 3$ で, ある $x \in \mathfrak{m} \setminus \mathfrak{m}^2$ が存在して, $I = (x) + \mathfrak{m}^2$ と書ける.

Example 25. $A = K[[x, y]]$ において, $Q = (x^m, y^n)$ (ただし, $2 \leq m \leq n$) とする. $I = Q: \mathfrak{m}$ とおくと, $I = (x^m, x^{m-1}y^{n-1}, y^n)$ である. 従って,

(1) $m \geq 3$ ならば, $\mathcal{R}(I)$ は almost Gorenstein 局所環ではない.

(2) $m = 2$ のとき, $\mathcal{R}(I)$ は almost Gorenstein 次数付き環である.

もし $Q = (x^2, y^4)$ ならば, $I = Q: \mathfrak{m} = (x^2, xy^3, y^4)$ で, $\bar{I} = (x^2, xy^2, y^4)$ である. ゆえに, $\mathcal{R}(I)$ は almost Gorenstein 次数付き環であるが, 整閉整域ではない. 実際, $\overline{\mathcal{R}(I)} = \mathcal{R}((x^2, xy^2, y^4))$ である.

REFERENCES

- [1] V. Barucci and R. Fröberg, *One-dimensional almost Gorenstein rings*, J. Algebra, **188** (2) (1997), 418–442.
- [2] J. P. Brennan, J. Herzog and B. Ulrich, *Maximally generated maximal Cohen-Macaulay modules*, Math. Scand., **61** (2) (1987), 181–203.
- [3] S. Goto, N. Matsuoka, and T. T. Phuong, *Almost Gorenstein rings*, J. Algebra, **379** (2013), 355–381.
- [4] S. Goto and Y. Shimoda, *On the Rees algebras of Cohen-Macaulay local rings*, Commutative algebra (Fairfax, Va., 1979), 201–231, Lecture Notes in Pure and Appl. Math., **68**, Dekker, New York, 1982.
- [5] S. Goto, R. Takahashi and N. Taniguchi, *Almost Gorenstein rings -towards a theory of higher dimension*, J. Pure Appl. Algebra, **219** (2015), 2666–2712.
- [6] S. Goto, N. Matsuoka, N. Taniguchi and K. Yoshida, *The almost Gorenstein Rees algebras of parameters*, Preprint 2015.
- [7] S. Goto, N. Matsuoka, N. Taniguchi and K. Yoshida, *The almost Gorenstein Rees algebras of p_g -ideals*, Preprint 2015.
- [8] S. Goto, N. Taniguchi and K. Yoshida, *The almost Gorenstein Rees algebras over two-dimensional regular local rings*, Preprint 2015.
- [9] T. OKUMA AND K.-I. WATANABE AND K. YOSHIDA, *Good ideals and p_g -ideals in two-dimensional normal singularities*, Preprint 2014.
- [10] T. OKUMA AND K.-I. WATANABE AND K. YOSHIDA, *Rees algebras and p_g -ideals in a two-dimensional normal local domain*.
- [11] T. OKUMA AND K.-I. WATANABE AND K. YOSHIDA, *A characterization of two-dimensional rational singularities via core of ideals*.
- [12] I. SWANSON AND C. HUNEKE, *Integral Closure of Ideals, Rings, and Modules*, Cambridge University Press, 2006.
- [13] J. K. Verma, *Joint reductions and Rees algebras*, Math. Proc. Camb. Phil. Soc., **109** (1991), 335–342.
- [14] H.-J. Wang, *Links of symbolic powers of prime ideals*, Math. Z., **256** (2007), 749–756.

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
COLLEGE OF HUMANITIES AND SCIENCES
NIHON UNIVERSITY
3-25-40 SAKURAJOSUI, SETAGAYA-KU, TOKYO 156-8550, JAPAN
E-mail address: yoshida@math.chs.nihon-u.ac.jp

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
SCHOOL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
MEIJI UNIVERSITY
1-1-1 HIGASHI-MITA, TAMA-KU, KAWASAKI 214-8571, JAPAN
E-mail address: goto@math.meiji.ac.jp

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
SCHOOL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
MEIJI UNIVERSITY
1-1-1 HIGASHI-MITA, TAMA-KU, KAWASAKI 214-8571, JAPAN
E-mail address: matsuoka@math.meiji.ac.jp

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
SCHOOL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
MEIJI UNIVERSITY
1-1-1 HIGASHI-MITA, TAMA-KU, KAWASAKI 214-8571, JAPAN
E-mail address: taniguti@math.meiji.ac.jp